

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ВІДОКРЕМЛЕНИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДРОЗДІЛ  
МАРІУПОЛЬСЬКИЙ МАШИНОБУДІВНИЙ ФАХОВІЙ КОЛЕДЖ  
ДЕРЖАВНОГО ВИЩОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ  
«ПРИАЗОВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

Варіанти контрольних робіт  
ОБОВ'ЯЗКОВОЇ ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ

НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА: «ВИЩА МАТЕМАТИКА»

Освітньо-професійної програми «Зварювальне виробництво»  
Галузь знань 13 «Механічна інженерія»  
Спеціальність 131 «Прикладна механіка»  
Освітньо-професійний рівень «Фаховий молодший бакалавр»  
**Заочна форма навчання**

Розробив викладач

І.В. Колобродова

Контрольна робота.

Завдання 1. Розв'язати систему рівнянь двома способами: 1) методом Крамера; 2) методом Гауса; (попередньо підставити значення коефіцієнтів, відповідно до варіанта).

$$1) \begin{cases} bx + cy - az = b^2 \\ ax - by + cz = c^2 \\ cx + ay - bz = a^2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} cx + by - az = b^2 \\ -bx + ay + cz = c^2 \\ ax + cy - bz = a^2 \end{cases}$$

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	-1	-4	-4	2	-4	-5	3	3	3	-4	2	2	-1
b	3	2	2	6	2	-3	5	2	2	-1	3	2	1	-1	5
c	6	1	1	-3	6	2	1	-4	4	-2	1	1	4	2	-2

Варіант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	-2	-2	-1	-2	4	1	5	2	-1	1	-1	4	3	1	2
b	-3	-3	-5	2	3	-5	2	5	-4	2	4	4	2	5	4
c	2	4	2	-3	-3	-2	0	1	3	4	1	-1	1	-1	-3

Завдання 2. Компланарні чи вектори a, b, c?

- |                     |                  |                   |
|---------------------|------------------|-------------------|
| 1. a=(3;3;1)        | b=(1;-2;1)       | c=(2;5;0)         |
| 2. a=( 3;1;-1)      | b=(- 2 ; -1 ;0 ) | c=( 5 ; 2 ; -1 )  |
| 3. a=( 4;3;1)       | b=(5;1;2)        | c=(1;-2;1)        |
| 4. a=( 4;3 ;-5)     | b=(6 ;7 ;4 )     | c=(2;0;-1)        |
| 5. a=( 3;7; 2 )     | b=(- 2;0 ;-1)    | c=( 1; 7; 1 )     |
| 6. a=( 1; -3 ; -7 ) | b=( 3; 2; 1)     | c=( -2; -5 ; -8 ) |
| 7. a=( 1; -2; 6)    | b=( -1; 4; -4)   | c=( 2; -6 ; 10 )  |
| 8. a=( 6; -3 ; 4 )  | b=( 2; 1 ;-2 )   | c=( -4; 4 ;-6 )   |
| 9. a=( -2;7 ;-1 )   | b=(-3 ;5 ;2 )    | c=(1;2 ;-3 )      |
| 10. a=( 2;-3;1 )    | b=( 4 ;5;3 )     | c=(-2 ;8 ;2 )     |
| 11. a=( -1;0 ;1)    | b=( 2;-7;1 )     | c=( -3;7;0 )      |
| 12. a=( 1;-3;2 )    | b=(-2;7;3)       | c=( -1;4;5 )      |
| 13. a=( -4;1;-2)    | b=( 1; 2 ;-7 )   | c=( -6; 6 ; 18 )  |
| 14. a=(-2 ; 5 ; 8 ) | b=(0;-1;2 )      | c=( -1 ; 2 ; 5 )  |
| 15. a=( 3;-4 ;11)   | b=( 1; 2 ; 1)    | c=( -2; 1 ;-5)    |
| 16. a=( -4; 1;7)    | b=( 0 ;-5;-1)    | c=( 2; 2 ;-3)     |
| 17. a=( -2;-4;1)    | b=( 0 ;2 ;-3 )   | c=( 2; 6 ;-4)     |
| 18. a=( 4;-3;1)     | b=( 2 ;-1;1 )    | c=( 2 ;-2;0)      |
| 19. a=( -3;4;0)     | b=( 1;-1;2)      | c=( 5;-7;-2)      |
| 20. a=( -3;-4;3)    | b=( 5; 2 ;-1)    | c=( -2;2 ;-2)     |
| 21. a=( -5;0;-2)    | b=( 1;-4;0)      | c=( 2;2;1)        |
| 22. a=( 1;5;-4)     | b=( -3;1 ;2)     | c=( 1;-3;1)       |
| 23. a=( -2;3;5)     | b=( 0;-1;1)      | c=( 1;-1;-3)      |
| 24. a=( 1;-5;-9)    | b=( 5; 1 ;-3)    | c=( -3;2;6)       |

- |                  |              |               |
|------------------|--------------|---------------|
| 25. a=( 0;-1;4)  | b=( -4;1;6)  | c=( 2;0;-5)   |
| 26. a=( 8;3;-2)  | b=( -4;-1;8) | c=( -2;-1;-3) |
| 27. a=( 4;-1;0)  | b=( 0;3;4)   | c=( -2;2;2)   |
| 28. a=( -1;2;-3) | b=( -5;8;-1) | c=( 3;-5;2)   |
| 29. a=( 8;3;-2)  | b=( -6;-1;0) | c=( 2 ;2;-2)  |
| 30. a=( -1;2;-3) | b=( 5 ;-8;1) | c=( 2;3;1).   |

Завдання 3.

Обчислити об'єм тетраедра ABCD і висоту, опущену з вершини D на грань ABC.

- |                 |             |              |              |
|-----------------|-------------|--------------|--------------|
| 1. A=(1;3;6)    | B=(2;2;1)   | C=(-1;0;1)   | D=(-4;6;-3)  |
| 2. A=(-4;2;6)   | B=(2;-3;0)  | C=(-10;5;8)  | D=(-5;2;4)   |
| 3. A=(7;2;4)    | B=(7;-1;-2) | C=(3;3;1)    | D=(-4;2;1)   |
| 4. A=(2;1;4)    | B=(-1;5;-2) | C=(-7;-3;2)  | D=(-6;-3;6)  |
| 5. A=(-5;-1;2)  | B=(-6;0;-3) | C=(3;6;-3)   | D=(-10;6;7)  |
| 6. A=(0;-1;-1)  | B=(-2;3;5)  | C=(1;-5;-9)  | D=(-1;-6;3)  |
| 7. A=(5;2;0)    | B=(2;5;0)   | C=(1;2;4)    | D=(-1;1;1)   |
| 8. A=(2;-1;-2)  | B=(1;2;1)   | C=(5;0;-6)   | D=(-10;9;-7) |
| 9. A=(-2;0;-4)  | B=(-1;7;1)  | C=(4;-8;-4)  | D=(1;-4;6)   |
| 10. A=(14;4;5)  | B=(-5;-3;2) | C=(-2;-6;-3) | D=(-2;2;-1)  |
| 11. A=(1;2;0)   | B=(3;0;-3)  | C=(5;2;6)    | D=(8;4;-9)   |
| 12. A=(2;-1;2)  | B=(1;2;-1)  | C=(3;2;1)    | D=(-4;2;5)   |
| 13. A=(2;-1;2)  | B=(1;2;-1)  | C=(3;2;1)    | D=(-4;2;5)   |
| 14. A=(2;3;1)   | B=(4;1;-2)  | C=(6;3;7)    | D=(7;5;-3)   |
| 15. A=(1;1;-1)  | B=(2;3;1)   | C=(3;2;1)    | D=(5;9;-8)   |
| 16. A=(1;5;-7)  | B=(-3;6;3)  | C=(-2;7;3)   | D=(-4;8;-12) |
| 17. A=(-3;4;-7) | B=(1;5;-4)  | C=(-5;-2;0)  | D=(2;5;4)    |
| 18. A=(-1;2;-3) | B=(4;-1;0)  | C=(2;1;-2)   | D=(3;4;5)    |
| 19. A=(4;-1;3)  | B=(-2;1;0)  | C=(0;-5;1)   | D=(3;2;-6)   |
| 20. A=(1;-1;1)  | B=(-2;0;3)  | C=(2;1;-1)   | D=(2;-2;-4)  |
| 21. A=(1;2;0)   | B=(1;-1;2)  | C=(0;1;-1)   | D=(-3;0;1)   |
| 22. A=(1;0;2)   | B=(1;2;-1)  | C=(2;-2;1)   | D=(2;1;0)    |
| 23. A=(1;2;-3)  | B=(1;0;1)   | C=(-2;-1;6)  | D=(0;-5;-4)  |
| 24. A=(3;10;-1) | B=(-2;3;-5) | C=(-6;0;-3)  | D=(1;-1;2)   |
| 25. A=(1;2;0)   | B=(3;0;-3)  | C=(5;-2;6)   | D=(-8;4;-9)  |
| 26. A=(2;-1;1)  | B=(-4;1;-2) | C=(6;3;7)    | D=(-1;-4;5)  |
| 27. A=(1;2;0)   | B=(1;-1;2)  | C=(0;1;-1)   | D=(-3;4;1)   |
| 28. A=(1;1;-2)  | B=(-1;1;3)  | C=(2;-2;-4)  | D=(-1;0;2)   |
| 29. A=(-2;0;4)  | B=(-1;7;1)  | C=(4;-8;-4)  | D=(1;-4;6)   |
| 30. A=(0;-1;-1) | B=(-2;3;5)  | C=(1;-5;-7)  | D=(-1;-6;3). |

Завдання 4. Знайти кут між прямою і площиною і точку їх перетинання:

- |  |   |
|--|---|
| 1. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}; x+2y+3z-14=0$ | 5. $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}; 3x+y-5z-12=0$   |
| 2. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}; x+2y-5z+20=0$  | 6. $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}; x+3y-5z+9=0$   |
| 3. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}; x-3y+7z-24=0$  | 7. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-14}; x-2y+5z+17=0$ |
| 4. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}; 2x-y+4z=0$        | 8. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}; x-2y+4z-19=0$    |

9.  $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{-1}$ ;  $2x - y + 3z + 23 = 0$
10.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{0}$ ;  $2x - 3y - 5z - 7 = 0$
11.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ ;  $4x + 2y - z - 11 = 0$
12.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}$ ;  $3x - 2y - 4z - 14 = 0$
13.  $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}$ ;  $x + 2y - z - 2 = 0$
14.  $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}$ ;  $5x - y + 4z + 3 = 0$
15.  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{3}$ ;  $x + 3y + 5z - 42 = 0$
16.  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}$ ;  $7x + y + 4z - 47 = 0$
17.  $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$ ;  $2x + 3y + 7z - 52 = 0$
18.  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$ ;  $3x + 4y + 7z + 24 = 0$
19.  $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}$ ;  $2x - 5y + 4z + 24 = 0$
20.  $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}$ ;  $x - 2y - 3z + 18 = 0$
21.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}$ ;  $x + 7y + 3z + 11 = 0$
22.  $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}$ ;  $3x + 7y + 3z + 11 = 0$
23.  $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}$ ;  $4x + y - 6z - 5 = 0$
24.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-8}{0}$ ;  $5x + 9y + 4z - 25 = 0$
25.  $\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}$ ;  $3x - 2y + 5z - 3 = 0$
26.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}$ ;  $x + 2y - 5z + 16 = 0$
27.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}$ ;  $3x - 7y - 2z + 7 = 0$
28.  $\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}$ ;  $5x + 7y + 9z - 32 = 0$
29.  $\frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$ ;  $2x + y + 7z - 3 = 0$
30.  $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}$ ;  $3x - y + 4z = 0$ .

Завдання 5.

Привести до канонічного виду і побудувати графік:

- $x^2 + 2y^2 - 6x + 4y - 6 = 0$
- $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$
- $-x^2 + 8x + y - 1 = 0$
- $9x^2 + 4y^2 - 18x - 8y - 36 = 0$
- $4x^2 - y^2 + 8x - 2y - 3 = 0$
- $2x^2 + 3y^2 - 4x + 12y - 20 = 0$
- $6x^2 - 12x + y - 1 = 0$
- $2x^2 + 3y^2 + 8x - 6y - 25 = 0$
- $x^2 - 9y^2 + 2x + 36y - 44 = 0$
- $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y - 3 = 0$
- $x^2 - 2x + y = 0$
- $2x^2 - 5y^2 - 12x + 10y - 13 = 0$
- $-3y^2 + x + 12y = 0$
- $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 35 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$
- $4x^2 + y^2 + 8x - 6y - 3 = 0$
- $2x^2 - 3y^2 + 8x + 12y - 28 = 0$
- $3x^2 - 12x + y = 0$
- $25x^2 + 16y^2 + 50x - 32y - 35 = 0$
- $x^2 - 8x + y - 12 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 + 16x - 36y - 20 = 0$
- $2x^2 + y^2 - 4x + 6y - 6 = 0$
- $-2x^2 - 4x + y + 5 = 0$
- $4x^2 + 9y^2 + 8x - 18y - 36 = 0$
- $3x^2 - 12x + y - 5 = 0$
- $2x^2 + 3y^2 + 8x + 6y - 25 = 0$
- $2y^2 + x - 12y + 1 = 0$
- $2x^2 + y^2 - 4x + 6y - 6 = 0$
- $x^2 + y^2 - 8x + 16y - 20 = 0$

Завдання 6. Обчислити похідну функції.

1. a)  $y = \frac{8x^4\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + 7$ ; б)  $y = \ln \sqrt{\frac{1-3x^2}{1+3x^2}}$ ; в)  $y = \ln \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$ ; г)  $y = \frac{2x}{\sqrt{1+x}} - 4\sqrt{1+x}$ .
2. a)  $y = \frac{6x\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x^2} + 5$ ; б)  $y = (3-2x)\sqrt{3-4x^2}$ ; в)  $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2} - \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ; г)  $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ .
3. a)  $y = \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{\sqrt{a^2+x^2}}$ ; б)  $y = 3^{\sqrt{x^2+1}} - e^{\ln \sqrt{x^2-4}} + \sqrt{7}$ ; в)  $y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ; г)  $y = \ln \frac{x+\sqrt{1+x^2}}{x}$ .
4. a)  $y = \sqrt[3]{(1-x)^2}$ ; б)  $y = \operatorname{arccctg} \frac{1-x^2}{2x}$ ; в)  $y^2 + x^4 = x^2$ ; г)  $y = \ln \frac{ae^x}{bx^2+c}$ .
5. a)  $y = (2-3x^2)\sqrt{3x^2+1}$ ; б)  $y = 3 \log_5 \sqrt[3]{3x-x^3} + \sqrt{\pi}$ ; в)  $y = \operatorname{arccctg} \frac{x+1}{x-1}$ ; г)  $y = 7^{\frac{1}{x+3}}$ .
6. a)  $y = \frac{3x-4}{\sqrt{x^3+3x-2}}$ ; б)  $y = (3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^3$ ; в)  $y = \ln \arcsin \sqrt{1-x^2}$ ; г)  $y^2 + x^2 - 2y = 0$ .
7. a)  $y = (2x+3)^{\operatorname{tg} x}$ ; б)  $y = \ln \sqrt[3]{\frac{2-x^2}{x^3-6x}}$ ; в)  $y = \frac{2x}{\sqrt{x^3-5x^2+3}}$ ; г)  $y = (3^{\cos 3x} - \sin^2 3x)^3$ .
8. a)  $y = \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{2x-1}$ ; б)  $y = \ln \sqrt{\frac{x^2+3}{x^3+9x}}$ ; в)  $y = (x^3+2)^{\sin x}$ ; г)  $e^x - x - y^3 = 0$ .
9. a)  $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2-6x-9}}$ ; б)  $y = (2^{\operatorname{arccctg} x} + \ln(1+x^2))^4$ ; в)  $y = \ln(\operatorname{tg} x^2)$ ; г)  $y = \ln^4 \sqrt{\frac{3x^2+2}{x^3+2x}}$ .
10. a)  $y = (1+\cos x)^{x^2}$ ; б)  $\sin x - \operatorname{arctg} y = 0$ ; в)  $y = \frac{3x}{\sqrt{x^3-4x^2+1}}$ ; г)  $y = (2^{\arcsin x} + \arccos x)^4$ .
11. a)  $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x-1}$ ; б)  $y = \ln \sqrt[3]{\frac{2x^2-2}{x^3-3x}}$ ; в)  $y = (x^2+1)^{\operatorname{arccctg} x}$ ; г)  $x + \ln x + \sqrt{3+2y} = 0$ .
12. a)  $y = \frac{4x}{\sqrt{x^3+5x^2-2}}$ ; б)  $y = (5^{\operatorname{tg} 2x} - x^2)^3$ ; в)  $e^{\operatorname{arctg}^2 \sqrt{2x-1}}$ ; г)  $y = \ln^4 \sqrt{\frac{x^2+4}{x^3+12x}}$ .
13. a)  $y = (\arcsin x)^{\sqrt{1-x^2}}$ ; б)  $\operatorname{ctg} x + \ln \sqrt{4y+1} = 0$ ; в)  $y = \operatorname{arctg} \frac{2x^4}{1-x^8}$ ; г)  $y = \log_2 \sin^2 x$ .
13. a)  $y = \frac{4x+1}{\sqrt{x^2-16x-2}}$ ; б)  $y = (4^{\operatorname{tg} \sqrt{x}} + \sqrt{x})^3$ ; в)  $y = \arcsin \sqrt{1-4x^2}$ ; г)  $y = \ln \sqrt[3]{\frac{3-x^2}{x^3-9x}}$ .
14. a)  $y = (x+\sin x)^{x^3}$ ; б)  $e^x - x^2 - e^y = 0$ ; в)  $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+4x-3}}$ ; г)  $y = (3^{\operatorname{arctg} 2x} - \ln(1+4x^2))^4$ .
15. a)  $y = \ln \sin 2x^2$ ; б)  $y = \ln^5 \sqrt{\frac{4-3x^2}{x^3-4x}}$ ; в)  $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{tg} 2x}$ ; г)  $2x - \sin 2x - y^2 = 0$ .
16. a)  $y = \frac{3x-8}{\sqrt{x^2+3x-4}}$ ; б)  $y = (2^{\cos^2 x} + \sin^2 x)^3$ ; в)  $y = e^{\arcsin \sqrt{1-x}}$ ; г)  $y = \ln^4 \sqrt{\frac{5-x^2}{x^3-15x}}$ .
17. a)  $y = (x+1)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$ ; б)  $\operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{2y+3} = 0$ ; в)  $y = \frac{2x^3+5}{\sqrt{x^4+2x}}$ ; г)  $y = (4^{\arccos 2x} - \sqrt{1-4x^2})^3$ .
18. a)  $y = \ln \arcsin \frac{2}{\sqrt{x}}$ ; б)  $y = \ln \sqrt{\frac{1-x^2}{x^2-3x}}$ ; в)  $y = (\operatorname{ctg} 4x)^{\sin 4x}$ ; г)  $\operatorname{tg} x - \sqrt{4y+5} + 2 = 0$ .

$$19. \text{ a) } y = \frac{x^3 - 10}{\sqrt{x^4 - 8x}} ; \text{ б) } y = (6^{\arctg 3x} + \arctg 3x)^4 ; \text{ в) } y = \ln \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{x}} ; \text{ г) } y = \ln \sqrt[3]{\frac{10 - 3x^2}{x^3 - 10x}} .$$

$$20. \text{ a) } y = (x + \ln x)^{\frac{1}{x}} ; \text{ б) } x \ln x + e^y + 1 = 0 ; \text{ в) } y = \ln \sqrt{2x^3 + 3} + \frac{2}{2x^3 + 3} ; \text{ г) } y = \arctg \sqrt{x^2 - 1} .$$

$$21. \text{ a) } y = \operatorname{arcctg} \sqrt{x^2 + 1} ; \text{ б) } y = x \sin^2 4x ; \text{ в) } y = \frac{\arcsin 2x}{\ln x} ; \text{ г) } e^y = 4x - 7y .$$

$$22. \text{ a) } y = \ln \cos \frac{3}{x} ; \text{ б) } y = \sqrt{1 + \sin^2 x} ; \text{ в) } y = e^{\arctg 2x} \operatorname{tg} 4x ; \text{ г) } \operatorname{tg} \frac{y}{x} = 5x .$$

$$23. \text{ a) } y = e^{\cos^3 2x} ; \text{ б) } y = \frac{x^3}{x^2 - 1} ; \text{ в) } y = \arctg(\ln(x^4 + 1)) ; \text{ г) } xy = \operatorname{ctg}(x - y) .$$

$$24. \text{ a) } y = \sqrt{1 + \ln^2 x} ; \text{ б) } y = \frac{1}{\pi} \arcsin(\operatorname{tg} 2x) ; \text{ в) } y = \frac{e^{x^3}}{x^2 + 1} ; \text{ г) } x - y + \arctg y = 0 .$$

$$25. \text{ a) } y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} ; \text{ б) } y = (\sin^2 4x) \ln x ; \text{ в) } y = e^{\arcsin^2 4x} ; \text{ г) } y^3 = \operatorname{tg}(x + y) .$$

$$26. \text{ a) } y = \frac{\sin^2 3x}{3} ; \text{ б) } y = \ln \cos e^{2x} ; \text{ в) } y = \sqrt[4]{\arctg 4x} ; \text{ г) } \sin y = xy^2 + 5 .$$

$$27. \text{ a) } y = x^3 e^{\operatorname{tg} 3x} ; \text{ б) } y = \ln \sin \sqrt{x^2 + 1} ; \text{ в) } y = \arcsin \sqrt{1 - x^2} ; \text{ г) } y = x^{\ln x} .$$

$$28. \text{ a) } y = \arctg^{-2} x ; \text{ б) } y = 2^{-x} \cos 4x ; \text{ в) } y = \ln \operatorname{tge}^{4x} ; \text{ г) } \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{5} .$$

$$29. \text{ a) } y = \frac{\ln^5 x}{x} ; \text{ б) } y = x^2 \sin^2 3x ; \text{ в) } y = e^{\arcsin \sqrt{x}} ; \text{ г) } y = 2 \operatorname{tg}^3(x^2 + 1) .$$

$$30. \text{ a) } y = \frac{\ln^5 x}{x} ; \text{ б) } y = x^2 \sin^2 3x ; \text{ в) } y = e^{\arcsin \sqrt{x}} ; \text{ г) } y = 2 \operatorname{tg}^3(x^2 + 1) .$$

Завдання 7. Досліджувати на екстремум, знайти точки перегину і побудувати графік функції, а також скласти рівняння дотичної і нормалі до кривої в точці, де  $x_0=1$ .

$$1. y = -\left(\frac{x^2}{6}\right) - \left(\frac{x^2}{4}\right) + x$$

$$2. y = \left(\frac{x^4}{4}\right) - 8x$$

$$3. y = -\left(\frac{x^3}{3}\right) - (x^2) - 3x + 4$$

$$4. y = (x-1)^3 - 3(x-1)$$

$$5. y = 18 \cdot (x^2) + 8 \cdot (x^2) - 3(x^4)$$

$$6. y = \left(\frac{x^4}{4}\right) - x^3$$

$$7. y = 3 \cdot (x^4) - 8 \cdot (x^3) + 6 \cdot (x^2)$$

$$8. y = 1 + 4 \cdot (x^2) - 3 \cdot (x^4)$$

$$9. y = \left(\frac{1}{5}\right) \cdot (x^5) - \left(\frac{5}{3}\right) \cdot (x^3) + 4x + 1$$

$$10. y = (x^4) - 4 \cdot (x^2) + 5$$

$$11. y = (x^3) - 3 \cdot (x^2) + 2$$

$$12. y = \left(\frac{x^4}{4}\right) - \frac{5 \cdot (x^2)}{2} + \frac{9}{4}$$

$$13. y = (x^3) - 3 \cdot (x^2) + 7$$

$$14. y = 3 \cdot x^4 - 4 \cdot (x^3) + 1$$

$$15. y = 2 \cdot (x^3) - 6x + 3$$

$$16. y = (-x^3) + 3x$$

$$17. y = (x^3) - 5 \cdot (x^2) + 3x + 1$$

$$18. y = 2 \cdot (x^3) - 6 \cdot (x^2) + 3$$

$$19. y = -\left(\frac{2}{3}\right) \cdot (x^3) + 2x - \frac{4}{3}$$

$$20. y = 8 \cdot (x^2) - 6x$$

21.  $y = (x^4) - 8 \cdot (x^2) + 16$

23.  $y = 2 \cdot (x^3) + 3 \cdot (x^2) + 1$

25.  $y = (x^3) - 3 \cdot (x^2)$

27.  $y = (x^4) - 4 \cdot (x^2)$

29.  $y = 2 + (x^2) - \left(\frac{x^4}{2}\right)$

22.  $y = \left(\frac{x^4}{4}\right) + \left(\frac{x^3}{3}\right) - 3 \cdot (x^2)$

24.  $y = (x^3) + 1,5 \cdot (x^2)$

26.  $y = (x^3) - 1,5 \cdot (x^4)$

28.  $y = \left(\frac{x^3}{3}\right) - 2 \cdot (x^4) + 3x + 1$

30.  $y = \frac{6 \cdot (x^2) - (x^4)}{4}$

Завдання 8. Знайти найбільше і найменше значення функції на відрізку.

1.  $y = \ln(x^2 - 2x + 2); [0; 3]$  2.  $y = 3x(x^2 + 1)^{-1}; [0; 5]$  3.  $y = x \cdot e^x; [-2; 0]$  4.  $y = \frac{x}{9 - x^2}; [-2; 2]$

5.  $y = \frac{\ln x}{x}; [1; e]$  6.  $y = 108x - x^4; [-1; 4]$  7.  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1; [-2; 2,5]$  8.  $y = x - 2 \ln x; [1; e]$

9.  $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2; [-2; 4]$  10.  $y = \frac{x^5 - 8}{x^4}; [-3; -1]$  11.  $y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}; [-1; 2]$

12.  $y = \sqrt[3]{2x^2(x-3)}; [-1; 6]$  13.  $y = \frac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x + 2}; [1; 4]$  14.  $y = x - 4\sqrt{x+2} + 8; [-1; 7]$

15.  $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}; [1; 5]$  16.  $y = \frac{4x}{4+x^2}; [-4; 2]$  17.  $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8; [-4; -1]$

18.  $y = \sqrt[3]{2x^2(x-6)}; [-2; 4]$  19.  $y = \frac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}; [-2; 1]$  20.  $y = -\frac{2(x^2+3)}{x^2+2x+5}; [-5; 1]$

21.  $y = \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}; [0; 4]$  22.  $y = \frac{x^2 - 2x + 16}{x-1} - 13; [2; 5]$  23.  $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1; [0; 6]$

24.  $y = 2\sqrt{x-1} - x + 2; [1; 5]$  25.  $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}; [-3; 4]$  26.  $y = 8x + \frac{4}{x^2} - 15; [0,5; 2]$

27.  $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(x-4)} + 3; [-4; 2]$  28.  $y = x^2 + 4x + \frac{16}{x+2} - 9; [-1; 2]$  29.  $y = \frac{4}{x^2} - 8x - 15; [-2; -0,5]$

30.  $y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}; [-2; 5]$

Завдання 9.

Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями. Побудуйте графік.

1.  $y = x^2; y = 3x + 4$  2.  $y = \sqrt{x}; y = x^5$  3.  $y = x^3; y = 2x$  4.  $y = 4 - x^2; y = 0$  5.  $y = 2x - \frac{x^2}{4}; y = \frac{x}{4} + \frac{3}{2}$

6.  $y = x^2; y = \sqrt{x}$  7.  $y = x^2 - 4x + 5; x - y + 5 = 0$  8.  $y = x^2 - 4x + 4; y = x$  9.  $y = 3x - \frac{x^2}{2}; y = x$

10.  $y = \frac{x^3}{3}; y = 3x$  11.  $y = \frac{4}{x}; x + y - 5 = 0$  12.  $y = \frac{8}{x}; x + y - 9 = 0$  13.  $y = x^3; y = 2x$

14.  $y = x^2 - 2x + 3; x - y + 3 = 0$  15.  $y = x^2 - 4x; x = 0; x = 5; y = 0$  16.  $y = -x^2 + 4x; y = 0$

17.  $y = -\frac{x^2}{4} + x + 3; y = 0$  18.  $y = x^2; y = -3x$  19.  $y = 3x^2 + 1; y = 3x + 7$  20.  $y = x^3; y = \sqrt{x}$

21.  $y = -x^2 + 2x; y = 0$  22.  $xy - 4 = 0; x = 1; x = 4; y = 0$  23.  $x^3 - 4y = 0; y = 0; x = 2$

24.  $2y - x^3 = 0; y = 0; x + 1 = 0; x - 2 = 0$  25.  $xy = 1; x = 2; x = 3$  26.  $y = \frac{1}{4}x^3; y = x$

27.  $y = x^2 - 6x + 5; y = 0$  28.  $xy - 2 = 0; x = 1; x = 4$  29.  $y = \sqrt{2x}; x = 1; x = 9$  30.  $y = x^2; y = 3 - 2x$   
Завдання 10. Знайти загальні рішення диференціальних рівнянь.

1.  $xy' + y = y^2$  2.  $y(1+x) - (1-y)xy' = 0$  3.  $x(y^2 + 1)dx - (1-x^2)ydy = 0$  4.  $x^2y - y = y^2$

5.  $xyy' = 1 - x^2$  6.  $y' + \frac{2}{x}y = x^3$  7.  $y' + y = e^x$  8.  $y' + 2xy = xe^{-x}$  9.  $y - xy' = 1 + x^2$  10.  $xy' + y = 3$

11.  $y'tgx - y = 2$  12.  $(1+y) - (1-x)y' = 0$  13.  $(1+x^2)y' - \sqrt{1-y^2} = 0$  14.  $x^2y' + (y-2) = 0$

15.  $y-1 = x(x+1)y'$  16.  $y' - \frac{2x}{1+x^2}y = 1$  17.  $y' + 2xy = -4x$  18.  $xy' - 2y = 2x^4$

19.  $y' - yctgx = \sin x$  20.  $y' + \frac{y}{1+x} = -x^2$  21.  $y' - 2y = \frac{e^{2x}}{x^4}$  22.  $xy' = y + xe^{\frac{2y}{x}}$  23.  $y' = xy^3 + 4xy$

24.  $y' = \frac{xy + \sqrt{xy^3}}{x^2}$  25.  $y' = -\frac{y}{x} + \frac{\cos 6x}{x}$  26.  $y' = \frac{x \sin 2x \sqrt{y^2 + 4}}{y}$  27.  $y' = \frac{2y^3 - xy^2}{x^3}$

28.  $y' - \frac{y}{x+2} = x$  29.  $y' = yctgx + 2x \sin x$  30.  $y' + \frac{2y}{x} = \frac{\ln x}{x^4}$